

基于类内方差最小化及模糊控制算法的小波边缘检测技术

李 牧,臧希喆,闫继宏,赵 杰

(哈尔滨工业大学机器人研究所,黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: 应用传统的小波技术对图像进行边缘检测时,需要采用阈值对模非极大值抑制后的候选边缘点进行筛选,求取边缘。但是,目前阈值的求取是凭借人们的经验人为的设定,需要反复的试凑比较才能得出最后结果,另外,当前的单阈值自动求取方法还无法实现精确的边缘检测,这些缺陷限制了小波边缘检测技术在实际中的应用。针对这一问题,提出基于类内方差最小化原理自适应的求取双阈值的算法,不需要人为的设定任何系数和参数。采用模糊控制技术连接边缘像素,理论推导和实验结果证明了该算法的正确性和有效性。

关键词: 自适应确定双阈值;类内方差最小化;小波变换;边缘检测

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2008) 09-1741-05

A Wavelet Edge Detection Technique Based on Method of Minimum Interclass Variance and Fuzzy Algorithm

LI Mu, ZANG Xi-zhe, YAN Ji-hong, ZHAO Jie

(Institute of Robotics, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150080, China)

Abstract: Whatever traditional wavelet edge detection technique was adopted, threshold was needed to filter candidate edge points for edge detection. However, threshold was obtained through experience presently, the best result was received after "cut and trial method" had been used repeatedly, in addition, single-threshold calculation method can not accomplish accurate edge detection by now. These shortcomings restrict application of wavelet edge detection technique in practice. Aim at this problem, an algorithm of self-adaptive calculating double thresholds based on method of minimum interclass variance was proposed, and any parameter was not needing artificial setting. Fuzzy algorithm was adopted to link edge pixels, Theory and experiments showed that the algorithm was of validate and correct.

Key words: Self-adaptive calculate double thresholds; minimum interclass variance; wavelet; edge-detection

1 引言

数字图像的边缘是图像的最重要特征,能否精确的实现图像的边缘检测,成为数字图像处理的难点和热点。经典的边缘检测算法包括:Kirsch, Prewitt, Sobel, Robert, Robins, Marr-Hildreth 和 Canny^[1]等等。当前,被誉为“数学显微镜”的小波技术,因其多尺度的优势以及良好的时频定位性能使其在图像处理中得到广泛的应用。

迄今,人们提出了很多种基于小波变换的图像边缘检测方法。Mallat 采用三次 B 样条小波实现边缘检测的方法成为小波边缘检测技术的理论基础。可是,无论采用何种小波,都会在边缘检测时,不可避免的需要一定

的阈值对局部模非极大值抑制后的候选边缘点进一步筛选,低于阈值的模极大值点被当作非边缘点去除,大于阈值的被当作边缘点予以保留。如果没有选择好合适的阈值,其检测算法即使再先进,结果也会出现缺陷,严重的甚至无法实现检测功能。但当前阈值的求取一般是人为设定^[2], Mallat^[3,4]提出人为的设定一个阈值,然而,这一阈值是凭借经验设定,在实验中采用试凑的方法,经过反复比较,最后比较出最佳阈值,不适合在工程实际中的应用。Yucef chibani 等人^[5]采用一种较为流行的方法是对整个图像的模极大值求和再乘以一定的比例系数,这一比例系数要凭借经验设定,根据尺度的不同以及图像的不同而调整,不具备一定的通用性。Yong

Wu^[6]等人提出了凭借经验将模极大值的平均值与极大值的三分之一求和,然后再取其和的二分之一为阈值.袁野^[7]等提出了对不同尺度的模极大值求和,然后乘以一定比例系数作为该尺度下模极大值的阈值,采用模糊算法对边缘点进行二次筛选,但这一方法只是把边缘的方向硬性的分为水平和垂直,丢失了大量的边缘信息.上述这些计算阈值的方法都是凭借经验取得的,无法避免人为的干扰,缺乏一定的理论依据,即使设定的某一阈值针对某一图片是合适的,但针对其他图片却是不适用的,还需要重新设定阈值.因此,不适合工程实际的要求(例如:在一个基于 Internet 多操作者多移动操作机器人协作操作系统中).这一缺陷很大程度的限制了小波边缘检测技术在工程实际中的推广. M. Cheriet 等人^[8]提出了基于 OTSU 算法确定单阈值的分割算法,这种方法虽然可以避免人为因素的干扰,自动求取阈值,但由于只是求取了 1 个阈值,会丢失大多数的图像边缘信息.

鉴于此,我们提出了这样一种小波边缘检测算法:应用小波边缘检测的多孔算法对图像进行小波变换,经文献[9]中 OTSU 分割算法的启发,基于模极大值类内方差最小化原理,推导出高低 2 个阈值,进行候选边缘点的筛选.将低于低阈值的模极大值点滤除,对模极大值高于高阈值的像素判定为边缘点,对在 2 个阈值之间的模极大值通过模糊算法,进一步筛选候选边缘点.该方法的特点是不需要人为的设定任何系数或者初始值,而是根据不同的待检测图像自动地确定双阈值,避免了前已述及的在试验过程中要根据不同尺度、不同的图像反复的调试阈值系数这一缺陷,试验结果证明该方法的有效性.

2 Mallat 小波模极大值边缘检测的基本原理

Mallat 提出的边缘检测方法为小波边缘边缘检测奠定了理论基础.这种方法是把小波技术与 canny 算法有机的结合,将原信号分解在不同的频域内,对高频内部的局部模极大值采用阈值进行筛选,得到边缘图像.

令 (x, y) 是二维函数,且 $\iint (x, y) dx dy = 0$. 定义 (x, y) 在水平方向 x 和竖直方向 y 的偏导数分别为基本的小波函数

$${}^{(1)}(x, y) = \frac{\partial (x, y)}{\partial x} \quad (1)$$

$${}^{(2)}(x, y) = \frac{\partial (x, y)}{\partial y} \quad (2)$$

在小波变换中,将尺度参数二进离散化,把连续小波转化为二进小波,即:

$$2^j = \frac{1}{2^{2j}} \left(\frac{x}{2^j}, \frac{y}{2^j} \right) \quad (3)$$

$$2^{(2)} = \frac{1}{2^{2j}} \left(\frac{x}{2^j}, \frac{y}{2^j} \right) \quad (4)$$

对于一幅图像而言,小波变换后的表达形式就是图像经过 (x, y) 平滑后的梯度:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} W_T^{(1)} f(2^j, x, y) \\ W_T^{(2)} f(2^j, x, y) \end{pmatrix} &= 2^j \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [f(x, y) * 2^j(x, y)] \\ \frac{\partial}{\partial y} [f(x, y) * 2^j(x, y)] \end{pmatrix} \\ &= \text{grad} [f(x, y) * 2^j(x, y)] \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)的物理意义表明,因为选取平滑函数的一阶导数作为小波函数,所以边缘点就是结果函数的极大值点.基于多尺度模极大值的边缘检测基本思想就是沿着梯度方向,采用不同的尺度的边缘检测算子在相应点上检测模极大值,通过选择恰当的阈值,综合不同尺度上的候选边缘点,得到最终边缘图像.

对式(5)求取模值和相角,

$$Mf_2^j(x, y) = \sqrt{|W_T^{(1)} f(2^j, x, y)|^2 + |W_T^{(2)} f(2^j, x, y)|^2} \quad (6)$$

$$Af_2^j(x, y) = \text{tg}^{-1} \frac{W_T^{(2)} f(2^j, x, y)}{W_T^{(1)} f(2^j, x, y)} \quad (7)$$

对于任意的 (x, y) ,只要使 $Mf_2^j(x, y) = 0$,则 (x, y) 对应着灰度变化点.其大小反映了经过平滑后图像灰度的变化剧烈程度.若 $Mf_2^j(x, y)$ 在沿着 $Af_2^j(x, y)$ 方向上为局部极大值,则 $f(x, y)$ 的局部极大值点就是 (x, y) .由此可以确定不同尺度下的候选边缘点.

在算法实现中,由于二进小波具有“二值抽”的性质,则每经过一个尺度的变换,得到的图像就会缩小为原来的二分之一.为避免这一情况,我们采用了多孔小波算法,这种小波变换是非正交小波变换,它使得信号与滤波器卷积后进行二抽取操作与对滤波器序列 2 点间插入适当的 0 之后再作卷积相等价,变换后的图像大小不变^[3,10].文中,选取三次 B 样条作为小波函数.

3 基于模极大值类内特性方差最小化自适应计算双阈值的方法

3.1 模极大值类内特性方差最小化

1979 年,otsu^[9]根据最小二乘原理推导出来了最大类间方差法(也称为大津法),可以很好的自动选取分割单域值,其基本思想是:选取的最佳阈值应当是用该阈值分割得到的两类间具有最好的分离性,类间分离性最好的判据是数理统计意义上的类间特性方差最大或者类内特性方差最小.由此得到启发,本文提出了基于类内特性方差最小化确定双阈值的算法,使得由阈值确定的每个类内像素的差别最小,类间的像素差别最大.求得的双阈值用来对非模极大值抑制后的候选边缘点进行筛选,实现边缘检测.

将经过非模极大值抑制后的梯度幅值分为 L 级, 模极大值分成 3 类 C_0, C_1, C_2 , C_0 类为非边缘点的像素, C_2 类为边缘点的像素, C_1 类包含的像素可能是边缘点, 也可能不是边缘点. 设定 n_i 为模数为 i 的像素的总数, P_i 为该模级像素数占整个图像像素的比率.

$$P_i = \frac{n_i}{N}, \quad p_i \geq 0, \quad \sum_{i=0}^{L-1} P_i = 1 \quad (8)$$

令 C_0 包含模级 $[0, 1, \dots, k]$ 的像素, C_1 包含模级 $[k+1, k+2, \dots, m]$ 的像素, C_2 包含模级 $[m+1, \dots, l-1]$ 的像素.

$$\mu_T = \mu(l-1) = \sum_{i=0}^{l-1} ip_i \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mu_0(k) &= \sum_{i=0}^k P_i & \mu_1(k, m) &= \sum_{i=k+1}^m P_i \\ \mu_2(m) &= \sum_{i=m+1}^{l-1} P_i & \mu_0(k) &= \sum_{i=0}^k ip_i \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mu_1(k, m) &= \frac{\sum_{i=k+1}^m ip_i}{1} & \mu_2(m) &= \frac{\sum_{i=m+1}^{l-1} ip_i}{2} \\ \frac{\sum_{i=0}^k (i - \mu_0)^2 P_i}{0} & & \frac{\sum_{i=k+1}^m (i - \mu_1)^2 P_i}{1} & \\ \frac{\sum_{i=m+1}^{l-1} (i - \mu_2)^2 P_i}{2} & & & \end{aligned} \quad (11)$$

本文提出了“基于梯度幅度直方图和类内方差最小化确定双阈值”的评价函数:

$$J(k, u) = \arg \text{Min} \left(\frac{2}{w} \right) = \arg \text{Min} \left(\frac{2}{0} + \frac{2}{1} + \frac{2}{2} \right) \quad (12)$$

类内方差最小化反映的是每类像素之间的差别应当最小. 通过类内特性方差最小化可以将其转化为一阶统计数据, 得出的结果具有计算简单, 易于编程实现的特点, 现在推导如下:

式(12)可化为:

$$\begin{aligned} J(k, m) &= \sum_{i=0}^k (i - \mu_0(k))^2 p_i di + \sum_{i=k+1}^m (i - \mu_1(k, m))^2 p_i di \\ &+ \sum_{i=m+1}^{l-1} (i - \mu_2(m))^2 p_i di \\ \frac{\partial J(k, m)}{\partial k} &= (k - \mu_0(k))^2 p_k - 2\mu_0^{(1)}(k) \sum_{i=0}^k (i - \mu_0(k)) p_i di \\ &- (k - \mu_1(k, m))^2 p_k - 2\mu_1^{(1)}(k, m) \sum_{i=k+1}^m (i - \mu_1(k, m)) p_i di \end{aligned} \quad (13)$$

由数理统计可知:

$$\sum_{i=0}^k (i - \mu_0(k)) p_i di = 0,$$

$$\text{则 } \frac{\partial J(k, m)}{\partial k} = [k - \mu_0(k)]^2 p_k - [k - \mu_1(k, m)]^2 p_k$$

令 $\frac{\partial J(k, m)}{\partial k} = 0$ 并化简得到:

$$2k - \mu_0(k) - \mu_1(k, m) = 0 \quad (14)$$

同理:

$$2m - \mu_1(k, m) - \mu_2(m) = 0 \quad (15)$$

3.2 双阈值为极值点的证明

为了验证此时的 m, k 是否就是最适合分割的极值点, 现在给予证明:

$$\frac{\partial^2 J(k, m)}{\partial k^2} = p_k \times 2(k - \mu_0(k)) \left[1 - \frac{\mu_0(k)}{0(k)} p_k \right] = 2p_k \times \left[(\mu_1(k, m) - \mu_0(k)) - \frac{(k - \mu_0(k))^2}{0(k)} p_k - \frac{(k - \mu_1(k, m))^2}{1(k, m)} p_k \right]$$

同理,

$$\frac{\partial^2 J(k, m)}{\partial m^2} = 2p_m \times \left[(\mu_2(m) - \mu_1(k)) - \frac{(m - \mu_1(k, m))^2}{1(k, m)} p_m - \frac{(m - \mu_2(m))^2}{2(m)} p_m \right]$$

$$\frac{\partial^2 J(k, m)}{\partial m \partial k} = 2p_k(k - \mu_1(k, m)) \frac{m - \mu_1(k, m)}{1(k, m)} p_m \quad (16)$$

$$\left[\frac{\partial^2 J(k, m)}{\partial m \partial k} \right]^2 - \frac{\partial^2 J(k, m)}{\partial k^2} - \frac{\partial^2 J(k, m)}{\partial m^2} < 0 \quad (17)$$

由式(17)知, m, k 为极值点.

因为:

$$\mu_0(k) = \frac{\sum_{i=0}^k ip_i}{0}, \quad \mu_1(k, m) = \frac{\sum_{i=k+1}^m ip_i}{1} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \mu_0(k)}{\partial k} = \frac{p_k(k - \mu_0(k))}{0 p_i di}$$

$$\frac{\partial \mu_1(k, m)}{\partial k} = \frac{p_k(\mu_1(k, m) - k)}{m p_i di} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \mu_1(k, m)}{\partial k} = \frac{p_k(\mu_1(k, m) - k)}{m p_i di}$$

由数理统计知:

$$(k - \mu_0(k)) \geq 0, \quad (\mu_1(k, m) - k) > 0$$

$$\text{所以 } \frac{\partial \mu_0(k)}{\partial k} \geq 0, \quad \frac{\partial \mu_1(k)}{\partial k} \geq 0$$

$$\text{同理可证: } \frac{\partial \mu_1(k, m)}{\partial m} \geq 0, \quad \frac{\partial \mu_2(m)}{\partial m} \geq 0$$

因此, $\mu_0(k), \mu_1(k, m), \mu_2(m)$ 为非减函数. 根据数理统计的均值性质知:

$$2 \times 0 - \mu_0(0) - \mu_1(0, m) < 0 \quad (20)$$

$$2 \times m - \mu_0(m) - \mu_1(m, m) = \frac{m(2 \times m - i) p_i di}{0 p_i di} \quad (21)$$

由罗尔定理以及梯度直方图的性质知, $2k - \mu_0(k) - \mu_1(k, m) = 0$ 在区间 $[0, m]$ 上必有解. 前已经证明, 所求 m, k 为极值点.

同理:

$$2 \times k - \mu_1(k, k) - \mu_2(k) < 0 \quad (22)$$

$$2 \times (l) - \mu_1(k, l) - \mu_2(l) > 0 \quad (23)$$

$2m - \mu_1(k, m) - \mu_2(m) = 0$ 在区间 $[k, l]$ 上必有解. 因此, 同时满足式(14)和式(15)的一组 m, k 为所求得的阈值.

4 采用模糊控制方法筛选双阈值间像素

采用双阈值对非模极大值抑制后求得的模极大值进行筛选时, 对于小于低阈值的模极大值点, 被当作非边缘点滤除. 大于高阈值的点, 被认作边缘点保留下来. 可是, 模极大值介于两个阈值之间的像素, 既有可能是边缘点, 也有可能不是. 因为任何边缘与边缘走向垂直的方向都具有一个局部峰值, 依此可以判断介于两个阈值间的模极大值点是否为边缘. 根据某点模极大值的方向, 确定边缘的走向, 在与边缘垂直的方向选取这一点的直线邻阈, 这一点的每一侧为 2 个像素. 若此点的模极大值在邻域中最大, 则确定为边缘点, 否则不是. 袁野^[7]等人提出了模糊控制算法对阈值间的像素进行提取, 但是, 其分段函数的分界点是由经验确定的. 本文就模极大值 $Mf_2'(x, y)$ 这一特征参数建立隶属函数^[10], 按此规则进行边缘提取和连接:

$$\mu(Mf_2'(x, y)) = \begin{cases} 1; & Mf_2'(x, y) \geq m \\ 0; & Mf_2'(x, y) \leq k \\ \{1 + [\max - Mf_2'(x, y)]^2\}^{-1}; & k < Mf_2'(x, y) < m \end{cases} \quad (24)$$

式中: \max 为与边缘方向垂直的 5 个像素邻域的最大值. 隶属函数表明, 如果被判定点的模极大值在邻域内不是最大值, 则肯定不是边缘点, 如果是最大值, 则是边缘点.

5 边缘检测步骤以及试验结果分析

边缘检测的步骤如下流程图所示

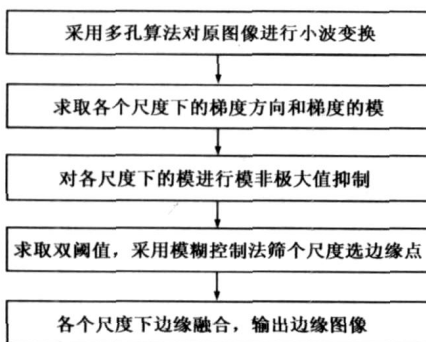


图 1 试验流程图

实验所采用 PC 机的配置为: PMI. 6GHz CPU, 512MB 内存, 集成显存, 试验平台为 VC++ 6.0. 为了说明本文提出方法的有效性, 我们对 3 种图片分别采用传统的阈

值设定方法, otsu 的单阈值法和本文提出的方法对各图片做出边缘检测的实验. 各图的图 (a) 为原图片, 各图的图 (b) 是在 1 个尺度下采用传统的人为设定阈值的方法求取的边缘检测结果: 对图 2 (b) 和图 3 (b) 的阈值比利系数均设定为 0.0005, 发现图 2 (b) 能较好的表现出原图像的边缘信息, 所求得的阈值为 7, 而图 3 (b) 却含有大量的冗余信息, 不能准确地实现边缘检测, 所求得的阈值为 5. 而对图 4 (b) 采用阈值比例系数为 0.001 时, 阈值为 12, 却能较好地实现边缘检测. 这些充分说明, 传统的阈值设定方法在很大程度上是依赖于人的经验的, 要想取得较好的效果, 需要不断的反复修正、调整, 不适合工程实际的要求, 同时, 针对不同的图片, 采纳的阈值也是不该相同的. 各图的图 (c) 是在 1 个尺度下采用基于 otsu 单阈值求取方法求取单阈值进行边缘检测的结果, 发现均漏检了一些的边缘信息, 在图 2 (c), 图 3 (c) 和图 4 (c) 中所求得的单阈值分别为 37, 40 和 51, 说明基于 otsu 单阈值求取方法还需要改进. 各图的图 (d) 是在 1 个尺度下, 应用本文的方法求取的结果, 发现各图均能较好的刻画原图的边缘信息. 在图 2 (d), 图 3 (d) 和图 4 (d) 中, 求得的高低阈值分别为 (30, 13), (27, 11) 和 (49, 13). 各图的图 (e) 是在 2 个尺度下采用本文的方法求取的边缘检测结果, 发现与在一个尺度下进行检测的结果相比较, 它们反映的是骨干信息, 说明了小波能在大尺度下体现主要信息, 在小尺度精确定位. 在图 2 (e), 图 3 (e) 和图 4 (e) 中, 求得的高低阈值分别为 (40, 12), (44, 11) 和 (64, 12).

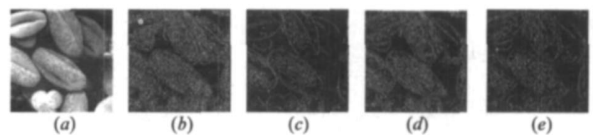


图 2 各种方法对 seeds 图像的检测结果

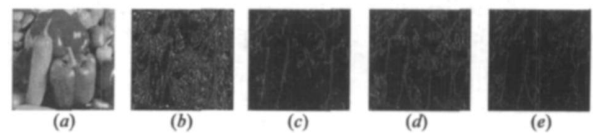


图 3 各种方法对 peppers 图像的检测结果

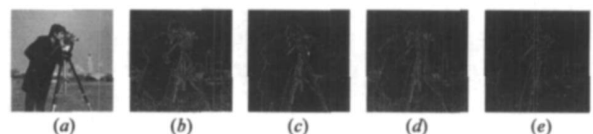


图 4 各种方法对 cameraman 图像的检测结果

6 结论

本文针对当前应用小波对图像作边缘检测时, 需要反复的针对不同的图像, 在不同的尺度下需要反复调节比例系数才能确定阈值这一问题以及当今单阈值求取方法的缺陷, 提出了基于类内特向方差最小化的方法选

取双阈值,实现了阈值的自动确定,排除了人为的干扰因素,对小波变换后得出的模极大值进行筛选.对于模极大值在双阈值之间的像素,采用了模糊规则进一步筛选,保证了边缘检测的准确性.实验结果证明了该方法是行之有效的.

参考文献:

- [1] Canny J. A Computational approach to edge detection[J]. IEEE Trans PAMI,1986,8(6):679 - 698.
- [2] 刘佳敏,周荫清.一种基于小波变换的雷达图像边缘提取方法[J].电子学报,2003,31(12):1780 - 1783.
Liu Jia-min, ZHOU Yin-qing. A sar image edge extraction method based on the wavelet transform[J]. Acta Electronica Sinica, 2003,31(12):1780 - 1783. (in Chinese)
- [3] Mallat S, Sifen Zhong. Characterization of signals from multi-scale edges[J]. IEEE Trans PAMI,1992,14(7):710 - 732.
- [4] Mallat S, Huang W L. Singularity detection and processing with wavelets[J]. IEEE Trans IT,1992,38(2):617 - 643.
- [5] Youcef chibani, Amrane houacine. Redundant versus orthogonal wavelet decomposition for multisensor image fusion[J]. Pattern Recognition,2003(36):879 - 887.
- [6] Yong Wu, Yuanjun He, Hongming Cai. Optimal threshold selection algorithm in edge detection based on wavelet transform[J]. Image Vision computing,2005(23):1159 - 1169.
- [7] 袁野,欧宗瑛.基于小波变换和模糊算法医学图像边缘检测算法[J].大连理工大学学报,2002,42(4):504 - 508.
Yuan Ye, Ou Zongying. Method of edge detection based on wavelet transform and fuzzy algorithm[J]. Journal of Dalian University of Technology,2002,42(4):504 - 508. (in Chinese)

- [8] M Cheriet, J N Said, C Y Susen. A recursive thresholding technique for image segmentation[J]. IEEE Trans IP,1998,7(6):918 - 921.
- [9] N Otsu. A threshold selection method from gray-level histogram[J]. IEEE Trans SMC,1979,9(1):62 - 66.
- [10] 解梅,马争. B 样条小波边缘检测算子应用研究[J]. 电子学报,1999,27(1):106 - 108.
Xie Mei, Ma Zheng. Research of edge detection for B-spline wavelet[J]. Acta Electronica Sinica,1999,27(1):106 - 108. (in Chinese)

作者简介:



李 牧 男,1977 年出生于黑龙江省哈尔滨市,现为哈尔滨工业大学机器人研究所(先进机器人及系统国家重点实验室)博士研究生.研究方向为机器人视觉,数字图像处理.

E-mail:mulihit@163.com



臧希喆 男,1975 年出生于黑龙江省哈尔滨市,现为哈尔滨工业大学机器人研究所(先进机器人及系统国家重点实验室)主力教研员,博士.研究方向为多传感器数据融合,视觉技术等.

E-mail:zangxizhe@hit.edu.cn